Claim(d) $E(\lambda_i) = 1 + f_i \quad (i \neq j)$,

$$f_i X_i \equiv X_i f_i \equiv 0 \pmod{D_j}$$

∵ $\mu(i_1 \cdots i_k i) X_{i_1} \cdots X_{i_k}$: f_i の項

$$\begin{cases} \cdot\ \mu(i_1 \cdots i_k i) \equiv 0 \pmod{\Delta_\ell(i_1 \cdots i_k i j)} \\ \cdot\ \mu(i_1 \cdots i_k i) \equiv 0 \pmod{\Delta_\ell(i\, i_1 \cdots i_k j)} \end{cases}$$

cyclic permutation を利用

∴ $\mu(i_1 \cdots i_k i) X_{i_1} \cdots X_{i_k} X_i,\ \mu(i_1 \cdots i_k i) X_i X_{i_1} \cdots X_{i_k} \in D_j$ //

Claim(e) $\forall w \in A_q,\ E(w) \equiv 1 \pmod{D_j}$

∵ $E(w) = 1 + (\deg \geq q)$ より

$E(w) - 1 = (\deg \geq q) \in D_j$ //

Claim (a) ～ (e) を用いて $\bar{\mu}$ が (1) ～ (4) で不変であることを示す.

(4) λ_j に A_q の元をかける

$w \in A_q$, $E(\lambda_j w) = E(\lambda_j) E(w) \overset{\text{claim(e)}}{\equiv} E(\lambda_j) \pmod{D_j}$

∴ $E(\lambda_j w) - E(\lambda_j) \underset{\text{claim(a)}}{\in} D_j$ //

(1) λ_j をその conj. にとりかえる.

$E(\lambda_j) = 1 + f_j$ とする.

$$\begin{aligned} E(\alpha_i \lambda_j \alpha_i^{-1}) &= (1+X_i)(1+f_j)(1 - X_i + X_i^2 - X_i^3 + \cdots) \\ &= 1 + (1+X_i) f_j (1 - X_i + X_i^2 - X_i^3 + \cdots) \\ &= 1 + f_j (1 - X_i + \cdots) + X_i f_j (1 - X_i + \cdots) \\ &= 1 + f_j + f_j(-X_i + \cdots) + X_i f_j (1 - X_i + \cdots) \\ &\overset{\text{claim(c)}}{\equiv} 1 + f_j \pmod{D_j} \end{aligned}$$

一般の場合, $w \in A$,

$$E(w \lambda_j w^{-1}) \equiv E(\lambda_j) \pmod{D_j}$$

はこのくり返し (帰納法) //

(2) α_i をその conj. にとりかえる.

α_i を $\alpha_l \alpha_i \alpha_l^{-1}$ におきかえた場合

$$
\begin{aligned}
E(\alpha_l \alpha_i \alpha_l^{-1}) &= (1+X_l)(1+X_i)(1-X_l+\cdots) \\
&= 1+(1+X_l)X_i(1-X_l+\cdots) \\
&= 1+X_i+X_i(-X_l+\cdots)+X_lX_i(1-X_l+\cdots) \\
&= 1+X_i+\underline{(\text{各項が } X_iX_l \text{ or } X_lX_i \text{ を含む})}
\end{aligned}
$$

⊛

λ_j の α_i を $\alpha_l\alpha_i\alpha_l^{-1}$ でおきかえて得られた語を λ'_j とする.

$E(\lambda'_j)$ は $E(\lambda_j)$ において X_i を X_i+ (⊛) におきかえて得られる.

$$\therefore E(\lambda'_j) \underset{\text{claim (c)}}{\equiv} E(\lambda_j) \pmod{D_j}$$

(3) λ_j に $[\alpha_i, \lambda_i]$ の conj. の積をかける.

$E([\alpha_i, \lambda_i]) \equiv 1 \pmod{D_j}$ を示せば良い.

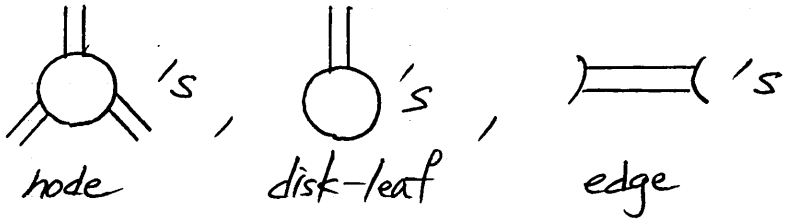
$$
\begin{aligned}
&E([\alpha_i, \lambda_i]) - 1 \\
&= E(\alpha_i^{-1}\lambda_i^{-1}\alpha_i\lambda_i) - E(\alpha_i^{-1}\lambda_i^{-1}\lambda_i\alpha_i) \\
&= E(\alpha_i^{-1}\lambda_i^{-1})\big(E(\alpha_i\lambda_i) - E(\lambda_i\alpha_i)\big) \\
&= E(\alpha_i^{-1}\lambda_i^{-1})\big((1+X_i)(1+f_i) - (1+f_i)(1+X_i)\big) \\
&= E(\alpha_i^{-1}\lambda_i^{-1})(X_if_i - f_iX_i) \underset{\text{claim (d)}}{\in} D_j \quad /\!/
\end{aligned}
$$

§. Claspers

<u>Def.</u> L : a link in S^3

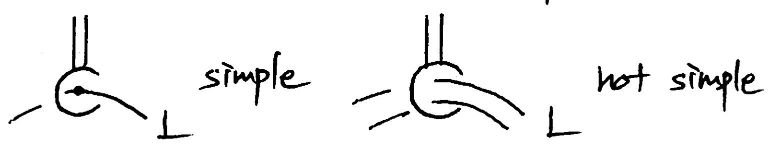
T : a (strict) tree clasper for L

$\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ T is an embedded disk in S^3 consisting of



s.t. $T \cap L = (\text{disk-leaves of } T) \pitchfork L$.

T : simple $\overset{\text{def}}{\Longleftrightarrow}$ $\forall(\text{disk-leaf of } T) \pitchfork L = 1\text{pt}$.



<u>Def.</u> T : a tree clasper for L

$$\deg T := (\#\text{ of disk-leaves}) - 1$$
$$= (\#\text{ of nodes}) + 1$$

C_k-tree (clasper) := tree clasper of degree k

<u>Surgery along a tree clasper</u>

T : a tree clasper